Cemagref

Pôle Grenoblois
Risques Naturels

Cemagref
Unité ETNA
Grenoble

Laboratoire de Rhéologie
UMR 5520
Grenoble

Programme de recherche 2005 financé par le Conseil Général de l'Isere

Un nouveau dispositif expérimental pour l'étude des laves torrentielles au laboratoire

Rapport scientifique

Responsable du projet : Guillaume Chambon (Cemagref)
(guillaume.chambon@cemagref.fr)

15 janvier 2007

Table des matières

Résumé **2**

1 Introduction, rappel de la problématique scientifique **3**

2 Mise en place du dispositif expérimental **4**
2.1 Principe 4
2.2 Description du canal 5
2.3 Instrumentation de l'écoulement 6
2.4 Contrôle de la vitesse du tapis 7
2.5 Améliorations futures du dispositif 9

3 Premiers résultats **10**
3.1 Matériau utilisé 10
3.2 Description de l'écoulement 12
3.3 Épaisseur de l'écoulement dans la zone uniforme 14
3.4 Forme du front 16

4 Perspectives **18**

Annexes **20**

A Écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley en régime permanent et uniforme sur un plan incliné **20**

B Modélisation de la forme du front **22**
B.1 Principe 22
B.2 Équations de base 23
B.3 Solutions ondes progressives 23
B.4 Comportements asymptotiques 24
B.5 Adimensionnalisation des équations 25
B.6 Intégration des équations 26

C Rapport de stage de M2R de Ahmed S. Ould Mohamed **28**

D Participants au projet **29**

E Valorisation des résultats **29**

Références citées dans le texte **30**

Résumé

Un nouveau dispositif expérimental dédié à l'étude des laves torrentielles et des avalanches a été développé. Il s'agit d'un canal incliné de 3 m de long dont le fond est constitué par un tapis roulant circulant vers l'amont à vitesse contrôlée. À l'amont, le canal est fermé par une paroi rigide assurant la recirculation du fluide. À terme, le matériau naturel sera simulé par un mélange de grains solides dans un gel viscoplastique transparent (Carbopol). Une série d'expériences préliminaires a été conduite en utilisant le gel viscoplastique seul. Différents angles de pente et différentes vitesses du tapis ont été testées. L'écoulement est filmé à travers les rives transparentes et la forme de la surface libre est extraite des images. Dans tous les cas, nous observons la création d'une coulée stationnaire présentant un front immobile dans le référentiel du laboratoire. Le front lui-même est très raide. À l'arrière, la surface libre s'aplanit progressivement jusqu'à devenir parallèle au fond. L'épaisseur du fluide reste ensuite constante jusque dans le voisinage de la paroi supérieure, où elle tend à augmenter à nouveau. D'un point de vue quantitatif, nous montrons que l'épaisseur de l'écoulement dans la zone uniforme correspond à l'épaisseur normale qui caractériserait, dans un canal classique, un écoulement permanent uniforme de vitesse moyenne égale à la vitesse du tapis. Nous comparons également la forme du front à des modélisations théoriques fondées sur l'approximation d'ondes longues. Ces résultats préliminaires permettent de valider le dispositif mis en place, dans la perspective de l'utiliser pour étudier la formation et l'influence du front granulaire des laves torrentielles.

1 Introduction, rappel de la problématique scientifique

Les laves torrentielles constituent l'un des risques naturels majeurs dans les régions montagneuses. Il s'agit de coulées boueuses et rocailleuses qui se déclenchent dans le lit de certains torrents à la suite de fortes précipitations. La mise en place de dispositifs de protection efficaces, de même que le zonage des risques associés, nécessite une bonne connaissance des caractéristiques physiques et mécaniques de ces phénomènes. Or, si le comportement mécanique de la boue interstitielle est aujourd'hui relativement bien connu (il s'agit d'un fluide à seuil), il n'en est pas de même du comportement du matériau complet (boue plus grains) [*Coussot*, 1994; *Ancey et Jorrot*, 2001; *Laigle et al.*, 2003].

Le projet que nous avons conduit vise à une meilleure prise en compte de l'hétérogénéité du matériau constitutif des laves dans les modèles d'écoulement. Plus précisément, il faut savoir que les modèles existants ne s'appliquent en fait qu'au *corps* des coulées, lequel se présente effectivement comme un fluide boueux relativement homogène. Toutefois, comme le montre la Figure 1, ce corps est généralement précédé, durant la phase de propagation, par un *front* granulaire constitué de gros blocs [*Iverson*, 1997; *Bardou*, 2002]. En l'état actuel des connaissances, la formation de ce front, son comportement mécanique ainsi que son effet sur l'écoulement global de la lave restent très mal connus [*Iverson*, 2005]. À terme, notre projet vise précisément à combler ces lacunes et à proposer des modèles d'écoulement pour les laves torrentielles intégrant le rôle du front granulaire.

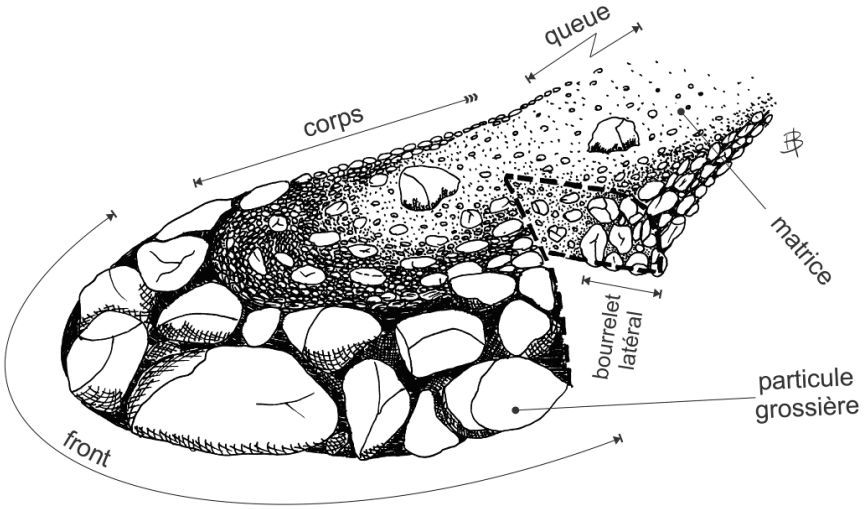


FIG. 1 – Représentation schématique d'une bouffée de lave torrentielle, extraite de la thèse de *Bardou* [2002].

Dans un premier temps, nous avons choisi d'aborder cette problématique sous un angle essentiellement expérimental. Pour ce faire, il nous a fallu développer un dispositif expérimental nouveau et bien adapté à l'étude du front. Ce dispositif, opérationnel depuis mai 2006, est décrit en détail dans la partie 2 du rapport. Des expériences préliminaires, dont le but était essentiellement de valider le dispositif, ont également pu être conduites. Leurs

résultats, ainsi que les modélisations théoriques associées, sont présentées dans la partie 3. Signalons que la mise en place du dispositif et la réalisation des expériences préliminaires ont fait l'objet d'un stage de Master 2 durant la période février – juillet 2006. Le rapport produit à l'issue de ce stage figure en Annexe.

2 Mise en place du dispositif expérimental

2.1 Principe

L'objectif du dispositif que nous avons développé est de pouvoir générer des coulées gravitaires qui soient *stationnaires* dans le référentiel du laboratoire. Comme le montre la Figure 2, il s'agit d'un canal incliné dont le fond est constitué par un tapis roulant circulant vers l'amont. En s'opposant à la vitesse "naturelle" de l'écoulement, le défilement du tapis doit permettre d'obtenir une coulée globalement immobile. En principe, le défilement du tapis ne devrait pas modifier la forme du profil de vitesse de l'écoulement, mais simplement ramener sa vitesse moyenne à zéro. En outre, pour contrecarrer la tendance naturelle des coulées à s'étaler, il convient également de forcer une recirculation du fluide à l'amont du dispositif[1]. La solution retenue pour l'instant consiste à fermer le canal à l'amont par une paroi rigide (voir Figure 2). Signalons que de tels dispositifs impliquant des tapis roulants ont déjà été mis en œuvre avec succès par quelques équipes dans le cadre d'études sur les écoulements gravitaires [*Davies*, 1988; *Huebl et Steinwendtner*, 2000]

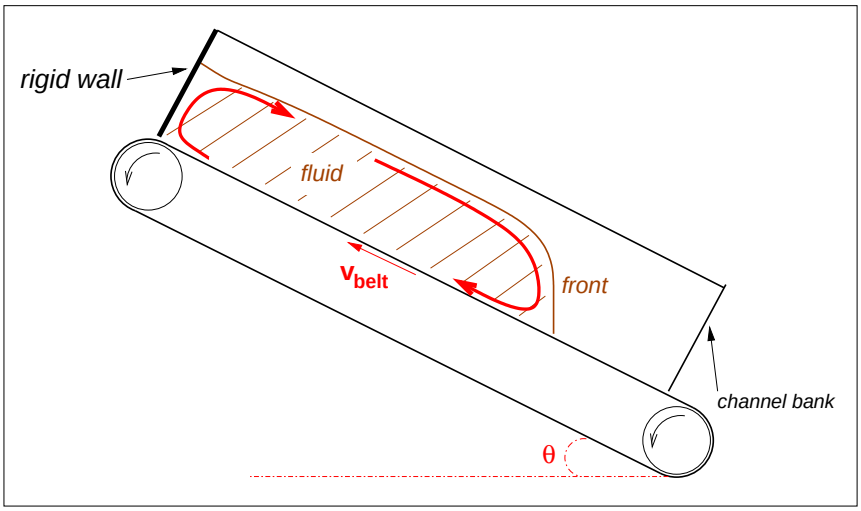


FIG. 2 – Schéma de principe du dispositif expérimental développé.

[1] Au moins dans le cas d'utilisation d'un fluide homogène. Avec des mélanges fluide – grains, il est possible que cette tendance à l'étalement soit contrecarrée "naturellement" par le développement d'hétérogénéités de concentration.

À terme, le matériau constitutif des laves torrentielles sera simulé par un mélange entre un fluide viscoplastique (représentant la matrice boueuse des coulées) et des grains. Il s'agit là d'une démarche originale qui devrait permettre de contrôler finement les propriétés mécaniques des matériaux utilisés. Cela permettra notamment de respecter au mieux les critères de similitude entre phénomènes réels et simulations au laboratoire. Comme nous le verrons dans la suite, les expériences préliminaires réalisées jusqu'à présent ont été conduites avec un fluide viscoplastique homogène (*ie* sans grains).

2.2 Description du canal

La Figure 3 présente le dispositif que nous avons mis en place. Le canal a une longueur de 3 m, et est fermé à l'amont par une paroi en PVC rigide perpendiculaire au fond. Il présente une section rectangulaire, de largeur réglable dans la gamme 0–0.6 m. L'angle d'inclinaison du canal est également réglable, dans la gamme 0–30°. Le canal est monté sur un bâti rigide en profilé aluminium. Les quatre points de fixation du canal sur ce bâti sont indépendants, de manière à pouvoir régler précisément l'angle de pente tout en conservant une horizontalité parfaite dans la direction transverse. La charge totale admissible sur le dispositif est de 70 kg.



FIG. 3 – Vues générales du dispositif expérimental. (Gauche) De face. (Droite) De côté

Le fond du canal est constitué par un tapis roulant en PVC souple. En l'état, la surface de ce tapis est lisse. Il est supporté par une sole en PVC rigide dont la planéité a été assurée avec beaucoup de soin. Le tapis est entraîné par un moteur électrique asynchrone piloté par un variateur électronique. Ce système d'entraînement fonctionne pour le moment en boucle ouverte, *ie* sans protocole d'asservissement sur la vitesse de rotation effective du moteur. Il nous permet d'atteindre des vitesses de défilement du tapis comprises dans la gamme 1–1.6 $\mathrm{m.s^{-1}}$.

Les rives canal sont en plexiglas transparent. Leur position peut être réglée à la fois en largeur et en hauteur. Ce dernier point est crucial afin d'assurer une bonne étanchéité sur la ligne de contact entre les rives (fixes) et le tapis (mobile). Comme le montre la Figure 4, cette jonction est réalisée par un joint légèrement compressible constitué d'une matière offrant le moins de résistance possible au défilement du tapis (téflon). En outre, la faible épaisseur de ce joint (2 mm) permet de limiter au maximum la zone à la base de l'écoulement qui ne peut être visualisée. Le même type de joint a été employé pour assurer l'étanchéité entre la plaque amont fermant le canal et le tapis (Figure 4). Ce montage est globalement satisfaisant. Toutefois, il subsiste encore, au cours des expériences, une légère fuite de matériau au niveau de la jonction en coin entre plaque amont, rives et tapis. Cette fuite a été estimée à environ 1 L pour une expérience de quelques dizaines de minutes. Elle est suffisamment faible pour ne pas perturber les résultats que nous avons obtenus jusqu'à présent (voir partie 3).

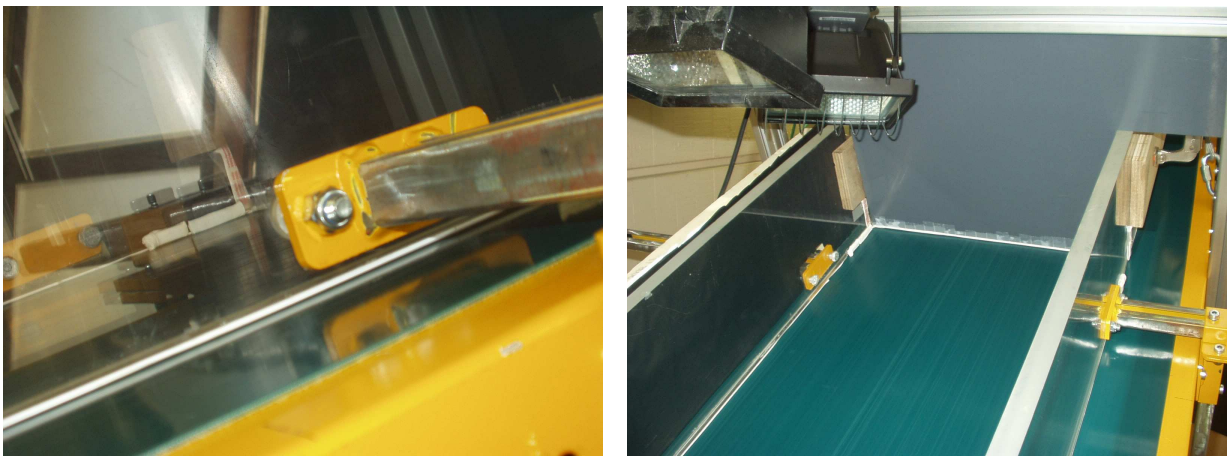


FIG. 4 – Joints permettant d'assurer l'étanchéité entre les rives et le tapis (gauche), et entre la plaque amont et le tapis (droite).

2.3 Instrumentation de l'écoulement

Pour l'instant, la seule technique d'instrumentation mise en œuvre a été la visualisation des écoulements par le côté à travers les rives transparentes. Des séquences d'images ont été enregistrées au moyen de caméras numériques. Ces images ont ensuite été traitées afin

d'extraire la forme de la surface libre des écoulements. La précision de ce traitement dépend fortement de la qualité des images (notamment de l'éclairage). De plus, la détection de la surface libre sur le côté peut être affectée d'erreurs provenant, notamment, d'effets de tension de surface ou de dépôts de fluide sur la paroi. Nous avons estimé qu'au final, la précision de notre technique de détection de la surface libre était de l'ordre du millimètre.

2.4 Contrôle de la vitesse du tapis

Le système de pilotage du moteur (en boucle ouverte) ne garantit pas a priori que la vitesse de défilement du tapis soit bien régulière au cours du temps. En effet, d'éventuelles variations de la charge (par exemple en cas de coincement d'un grain sous un joint) pourraient en principe conduire à des variations de vitesse. De plus, la relation entre la fréquence de commande imposée au moteur et la vitesse de rotation effective dépend de la charge et est donc a priori inconnue. Nous avons ainsi été amenés à mettre en place un système de mesure de la vitesse du tapis. Un capteur opto-électronique de déplacement angulaire a été développé. Comme le montre la Figure 5, deux capteurs de ce type ont été installés, l'un sur l'axe de rotation du tambour d'entraînement du tapis, l'autre sur une roulette entraînée directement par le tapis. La comparaison entre les résultats de ces deux capteurs permet de contrôler l'existence d'un éventuel glissement du tapis sur son tambour d'entraînement.

Chaque capteur est constitué d'un disque comportant une alternance de 64 secteurs angulaires alternativement noirs et blancs (Figure 5). Ce disque est solidaire de l'axe en rotation. Un couple photodiode – phototransistor fixe détecte le défilement des secteurs au cours du temps. Une électronique compte le nombre de changements de secteurs et transmet cette information de déplacement angulaire à un PC via le port parallèle. Un traitement du signal permet alors d'en déduire la vitesse angulaire et, par suite, la vitesse linéaire du tapis au cours du temps. En fonction des paramètres utilisés pour la dérivation de la vitesse, on obtient une précision sur cette mesure de l'ordre de $\pm 3 \times 10^{-3}$ m.s^{-1} pour un temps d'intégration de 1 s environ.

La figure 6a présente l'évolution de la vitesse mesurée sur l'axe du tambour pour un essai de fonctionnement à vide du tapis. Différentes fréquences de commande du moteur ont été imposées. On constate, que sur chaque palier, la stabilité de la vitesse est satisfaisante. Les fluctuations enregistrées ne sortent quasiment jamais de la barre d'erreur sur la mesure, sauf peut-être à la fin du troisième palier (sans doute en raison d'une perturbation subie par le système). Des mesures similaires ont été effectuées en présence d'un fluide homogène. Dans ce cas également, la stabilité observée de la vitesse est satisfaisante. Nous avons cependant constaté que le rapport fréquence de commande – vitesse effective dépendait de façon significative de la charge imposée[2]. Par conséquent, une mesure systématique de la vitesse effective du tapis au cours des expériences s'avère indispensable, puisque l'information sur la fréquence de commande du moteur n'est pas suffisante.

[2]Ce rapport est notamment très sensible au positionnement vertical des rives qui induit des variations

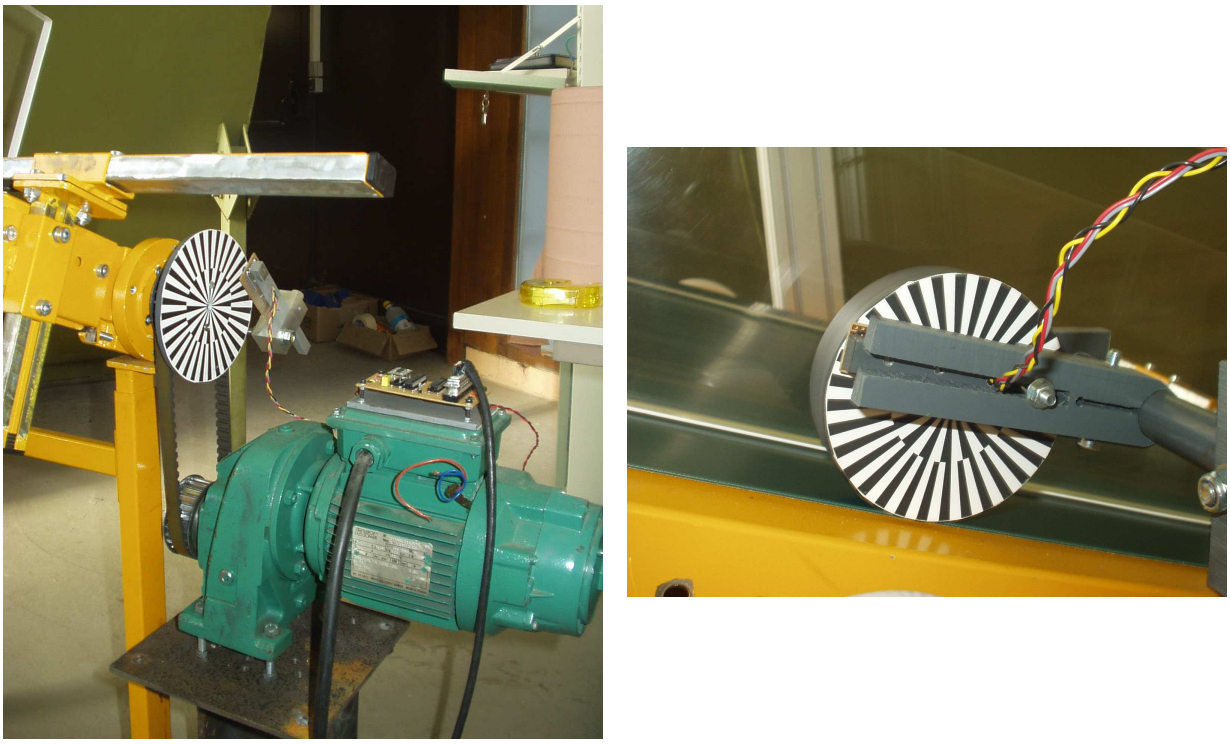


FIG. 5 – (Gauche) Capteur de déplacement angulaire fixé sur le tambour d'entraînement du tapis. Le tambour est couplé au moteur par une courroie crantée. (Droite) Capteur de déplacement angulaire fixé sur une roulette entraînée par le tapis.

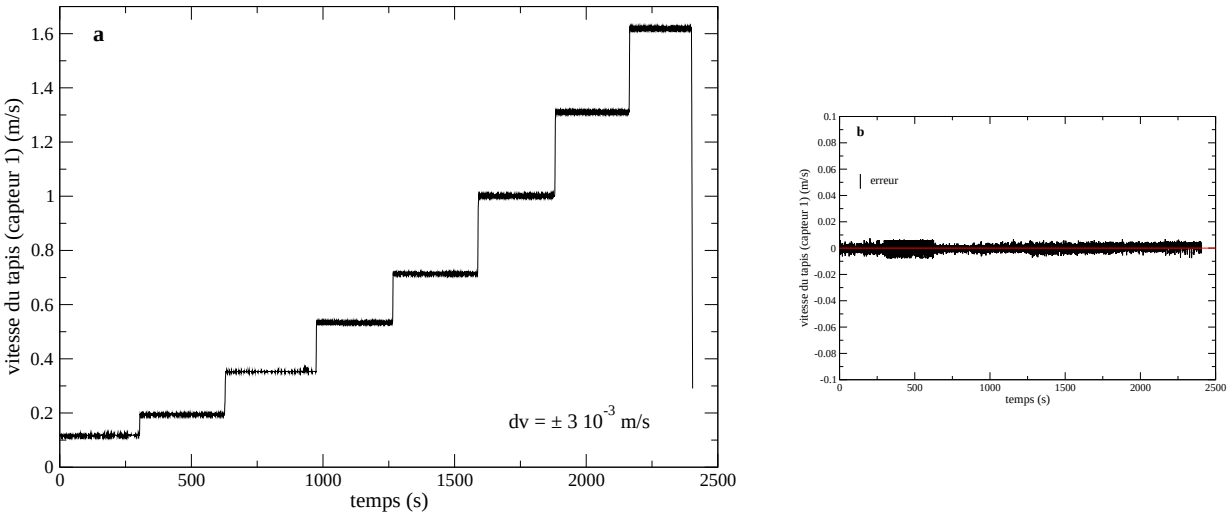


FIG. 6 – (**a**) Évolution de la vitesse mesurée au niveau de l'axe du tambour en fonction du temps, pour une expérience au cours de laquelle 8 paliers de vitesse croissants ont été successivement imposés. (**b**) Différence entre les vitesses mesurées par les deux capteurs au cours de la même expérience que celle présentée dans la figure a.

Nous avons également observé que les vitesses enregistrées simultanément par les deux capteurs sont bien identiques, au bruit de mesure près (Figure 6b). Il n'y a donc pas de glissement significatif du tapis sur son tambour d'entraînement, et ce quelle que soit la vitesse imposée. Par la suite, il sera donc suffisant de mesurer la vitesse au niveau du tambour d'entraînement (ou du moteur).

2.5 Améliorations futures du dispositif

Le dispositif expérimental tel qu'il est présenté ci-dessus a été utilisé avec succès au cours d'une série d'expériences conduites avec un fluide homogène (voir partie 3). Pour autant, un certain nombre d'améliorations devront encore lui être apportées afin de le rendre plus fonctionnel, notamment dans le cas d'utilisation de mélanges fluide – grains. Citons en particulier :

- Amélioration de l'étanchéité au niveau de la paroi amont (suppression de la fuite résiduelle).
- Remplacement du moteur actuel par un modèle plus puissant. À cette occasion, un système de commande en boucle fermée (avec asservissement sur la vitesse) pourra être mis en place si cela s'avère nécessaire lors de l'utilisation de mélanges.
- Remplacement du système de fixation des rives afin d'affiner le réglage de leur hauteur.

de frottement d'une expérience à l'autre

– Ajout d'une rugosité sur le tapis afin de garantir une condition de non-glissement des grains à la base. (Dans le cas d'utilisation d'un fluide homogène, nous verrons que cette condition de non-glissement est réalisée de manière satisfaisante avec le tapis seul.)

Nous prévoyons également de faire varier la condition limite à l'amont du dispositif, en modifiant notamment l'angle de la paroi par rapport au fond. À la limite, cette paroi rigide pourrait même être remplacée par un prolongement du canal vers l'amont sur fond fixe. De telles modifications ne devraient a priori pas avoir de conséquence sur l'écoulement dans le cas d'utilisation d'un fluide homogène. En revanche, elles pourraient s'avérer significatives dans le cas de mélanges (en forçant ou non une recirculation des grains à l'amont).

Enfin, en termes d'instrumentation, nous prévoyons la mise en œuvre de diverses techniques complémentaires à la simple visualisation de l'écoulement par le côté : mesure de la topographie bidimensionnelle des coulées (permettant de s'abstraire des problèmes inhérents à la mesure au bord), utilisation de sondes Doppler pour mesurer des profils de vitesse, mise en place de technique de vélocimétrie optique pour le fluide et les grains (PIV, "tracking" de particules).

3 Premiers résultats

3.1 Matériau utilisé

Les expériences réalisées jusqu'à présent ont été conduites avec du Carbopol. Il s'agit d'un micro-gel polymérique possédant des propriétés viscoplastiques [*Robert et Barnes*, 2001; *Oppong et al.*, 2006]. La Figure 7 présente un rhéogramme typique d'une solution de Carbopol. On constate que le comportement mécanique de ce fluide est bien représenté par une loi rhéologique à trois paramètres de type Herschel-Bulkley :

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = & 0 & \text{si } \tau < \tau_c, \\ \tau = & \tau_c + K\,\dot{\gamma}^n & \text{si } \tau \geq \tau_c, \end{cases} \tag{1}$$

où τ représente la contrainte cisaillante appliquée à l'échantillon et $\dot{\gamma}$ son taux de déformation. La contrainte-seuil τ_c ainsi que la consistance K dépendent fortement de la concentration en polymère. Au contraire, l'exposant n apparaît indépendant de la concentration. Pour des concentrations massiques de l'ordre de 0.10%, les valeurs de ces trois paramètres (Figure 7) sont très similaires à celles que l'on peut obtenir avec les dispersions argileuses qui sont classiquement utilisés pour modéliser la matrice des laves torrentielles au laboratoire [*Coussot*, 1994]. L'intérêt du Carbopol est d'être transparent, ce qui permet une visualisation détaillée des écoulements.

La préparation des solutions de Carbopol demande beaucoup de soin. Pour l'instant, nous n'avons pas réussi à obtenir un produit dont les propriétés rhéologiques soient parfaitement stables. On constate toujours une légère évolution des paramètres (et notamment

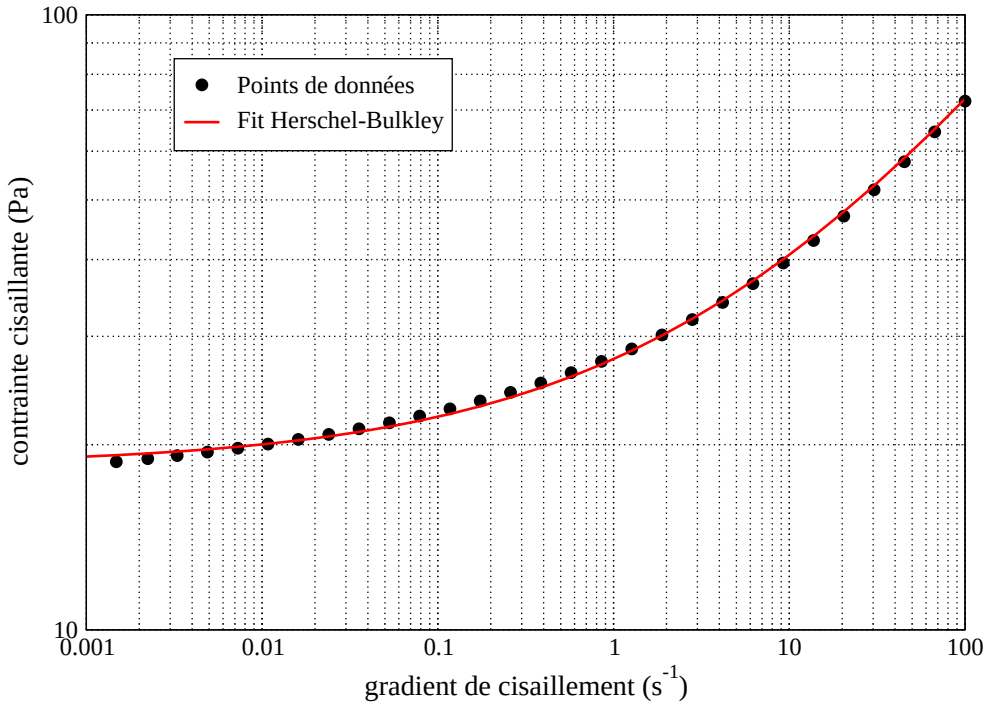


FIG. 7 – Rhéogramme d'une solution de Carbopol à 0.10% en masse : évolution de la contrainte cisaillante τ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Ce rhéogramme a été obtenu avec un rhéomètre de laboratoire de type plan – plan. La courbe en trait plein représente un ajustement des données expérimentales par une loi de comportement de Herschel-Bulkley (valeurs des paramètres : $\tau_c = 19$ Pa, $K = 9$ Pa.s^n, $n = 0.39$).

de la contrainte-seuil τ_c) à la fois dans le temps et sous cisaillement. Pour cette raison, nous réalisons systématiquement un test rhéométrique du Carbopol utilisé après chaque expérience. De cette manière, les propriétés du fluide utilisé sont, sinon contrôlées, du moins parfaitement connues.

3.2 Description de l'écoulement

Plusieurs séries d'expériences ont été réalisées pour différentes vitesses du tapis (dans la gamme 1–1.5 m.s^{-1}) et différents angles de pente (dans la gamme 7.5–20°). De manière remarquable, *toutes* ces expériences ont systématiquement donné lieu à l'établissement de coulées stationnaires présentant un front immobile dans le référentiel du laboratoire. Ainsi, quelles que soient la vitesse du tapis et la pente, la recirculation du fluide au niveau de la paroi amont s'organise toujours pour compenser exactement la recirculation au front. Nous avons également observé que l'adhérence du Carbopol sur le tapis était bonne.

La forme des coulées ne dépend pas des conditions de dépôt du fluide sur le tapis. Les légères fuites au niveau de la paroi amont induisent une lente diminution de la longueur des coulées au cours du temps. Toutefois, cet effet est suffisamment lent pour ne pas perturber leur forme. Les Figures 8 et 9 montrent l'allure typique de ces coulées. À l'avant, la zone frontale possède une longueur qui est de l'ordre de l'épaisseur de la coulée (Figures 8a et 9). Le front lui-même est très raide. Le plus souvent on observe même une petite zone ré-entrante au niveau de la ligne de contact avec le tapis (Figure 9), ce qui confère au front une forme en lobe.

Derrière le front, la surface libre s'aplanit et devient progressivement parallèle au fond (Figures 8a et 9). On observe alors une zone d'épaisseur uniforme, qui se prolonge jusqu'au voisinage de la paroi amont. L'épaisseur de fluide dans cette zone uniforme augmente avec la vitesse du tapis (voir aussi la partie 3.3). Enfin, près de la paroi amont, on constate généralement une nouvelle augmentation locale de l'épaisseur de l'écoulement.

On observe également que la longueur des coulées, et plus précisément de la zone uniforme, diminue lorsque la vitesse augmente. Il s'agit d'une conséquence directe de l'augmentation d'épaisseur avec la vitesse, puisque nos expériences sont réalisées à volume de fluide constant. À la limite, si le volume de matériau utilisé n'est pas suffisant, il arrive même qu'on n'observe plus véritablement de zone uniforme pour les vitesse les plus grandes.

Vu de dessus (Figure 8b), on remarque que le front ne s'incurve que légèrement au voisinage des deux rives. Ceci montre que les effets de paroi sont faibles et que les coulées observées peuvent donc être raisonnablement considérées comme quasi-bidimensionnelles. Cette absence d'effets de bords contraste avec ce qui est observé dans des canaux classiques [*Coussot*, 1994]. Elle peut s'expliquer par le fait que, dans notre cas, il n'y a pas *en moyenne* de différence de vitesse entre l'écoulement et les rives.

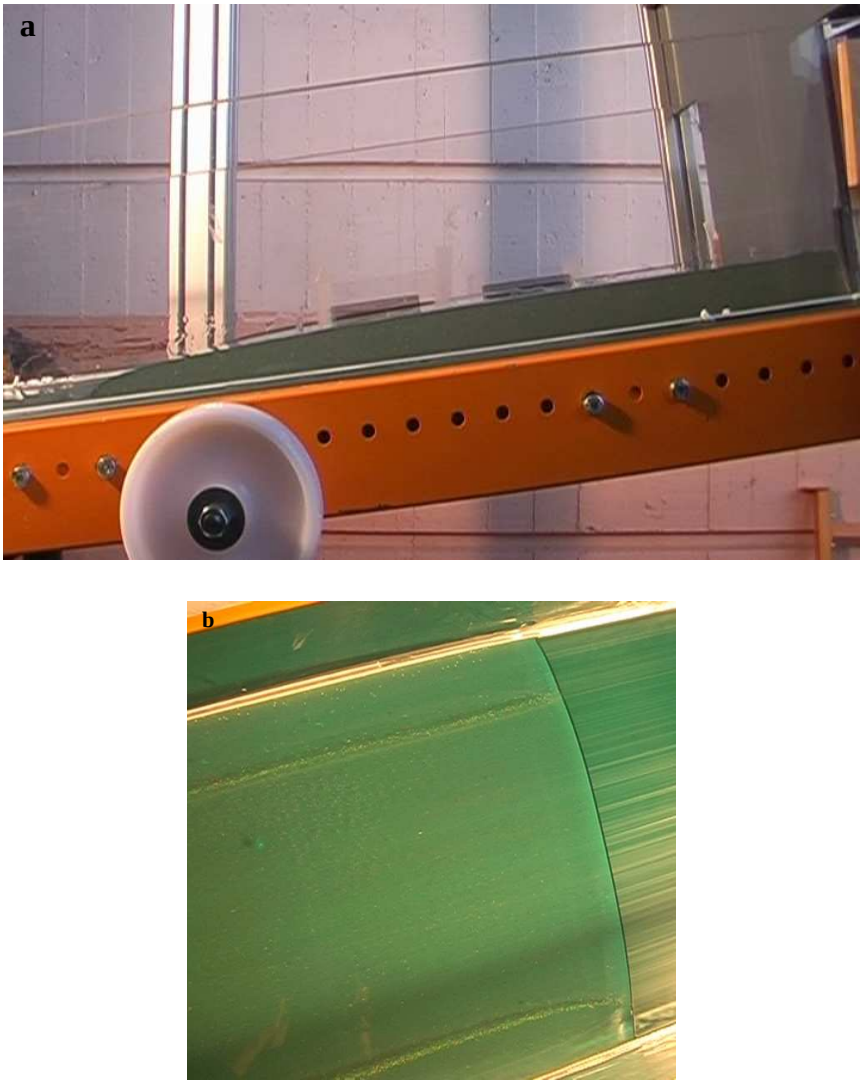


FIG. 8 – Vues générales des coulées obtenues dans notre dispositif. (**a**) De côté. (**b**) De dessus, au niveau du front.

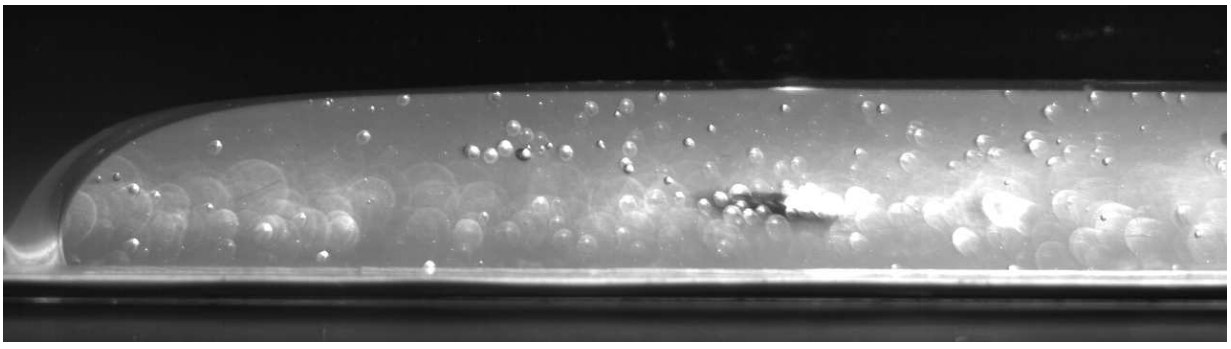


FIG. 9 – Vue rapprochée d'une coulée (de côté), au voisinage de la zone frontale.

3.3 Épaisseur de l'écoulement dans la zone uniforme

Comme nous l'avons vu, pour un volume de fluide suffisant, il apparaît systématiquement une zone d'épaisseur uniforme à l'arrière du front des coulées dans notre dispositif (Figure 9). De plus, comme le montre la Figure 10, l'épaisseur de l'écoulement dans cette zone uniforme augmente avec la vitesse du tapis. Nous avons voulu vérifier si l'écoulement dans cette zone était équivalent à un écoulement permanent uniforme dans un canal classique. À cette fin, l'épaisseur observée dans nos expériences a été comparée à l'épaisseur normale H_N qui caractériserait un écoulement permanent uniforme de vitesse moyenne égale à la vitesse du tapis. Pour un fluide de Herschel-Bulkley de paramètres rhéologiques τ_c, K, n (voir 3.1), et dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, cette épaisseur normale est reliée à la vitesse moyenne $\bar{u}$ selon (voir Annexe A) :

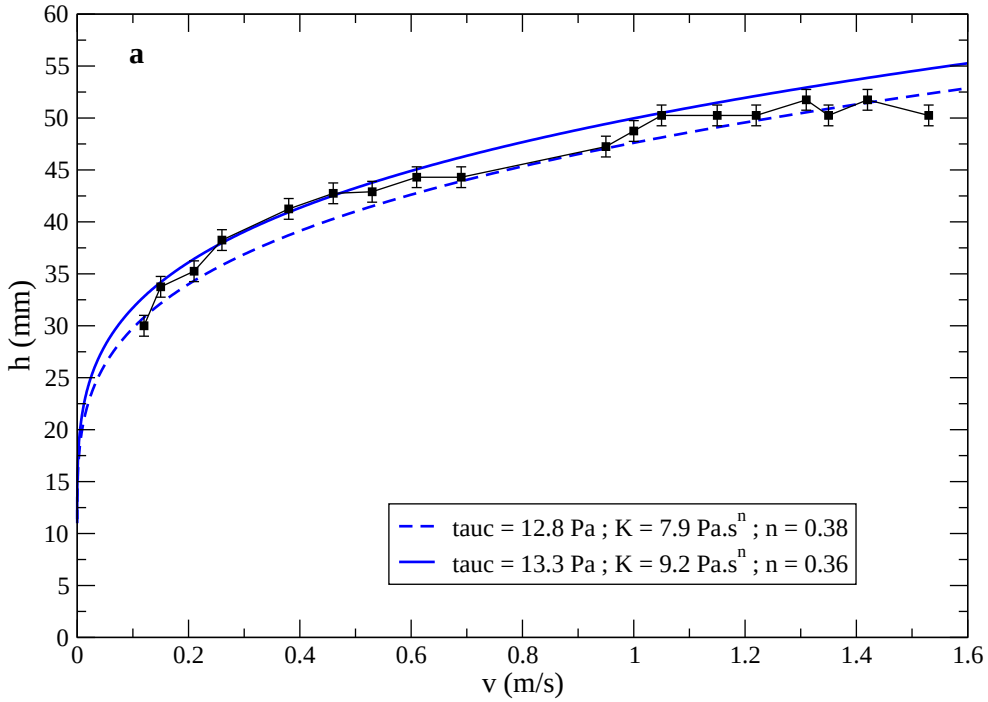
$$\bar{u} = \frac{n}{n+1}\left(\frac{\rho g \sin\theta}{K}\right)^{\frac{1}{n}}\left(1 - \frac{n}{2n+1}\frac{h_0}{H_N}\right)h_0^{\frac{n+1}{n}}, \tag{2}$$

où $h_0 = H_N - \tau_c/(\rho g \sin\theta)$, ρ est la densité du fluide, θ l'angle de la pente et g l'accélération de la pesanteur.

La figure 10a présente la comparaison entre données expérimentales et hauteurs normales prédites par l'équation (2) dans le cas d'une pente à 7.5°. Les valeurs des paramètres rhéologiques utilisées pour calculer les hauteurs théoriques ont été déterminées indépendamment au rhéomètre. On constate que l'accord est excellent : les points de données sont bien encadrés par les deux courbes théoriques correspondant à la gamme d'incertitude sur les paramètres rhéologiques. Seuls les points de données obtenus pour les vitesses les plus grandes semblent s'écarter quelque peu de la prédiction. Nous interprétons cela comme un effet lié à un volume de fluide insuffisant. En d'autres termes, pour les vitesses les plus élevées, la longueur de la zone uniforme devenait vraisemblablement trop faible dans ces expériences pour qu'un profil de vitesse purement rectilinéaire (*ie* non affecté par le front et la paroi amont) puisse s'y établir.

Des conclusions similaires sont valables dans le cas d'une pente à 15°, même si nous disposons de moins de données exploitables dans ce cas (Figure 10b). Là encore, l'accord avec les hauteurs normales prédites par l'équation (2) est relativement bon, sauf pour les vitesses les plus élevées.

Au final, ces résultats préliminaires constituent une validation de notre dispositif. En effet, ils montrent qu'au moins dans la zone uniforme, le rôle du tapis se limite à modifier la vitesse moyenne de l'écoulement. Hormis cette translation de la vitesse moyenne, l'écoulement, et en particulier le profil de vitesse, reste le même que dans un canal classique. Réciproquement, la relation expérimentale obtenue entre épaisseur de l'écoulement et vitesse du tapis pourra donc être exploitée comme une mesure des propriétés rhéologiques du matériau. Enfin, soulignons également que le bon accord entre données et hauteurs normales prédites confirme la quasi-absence d'effets de parois dans notre dispositif, puisque ces effets ne sont pas pris en compte dans l'équation (2).



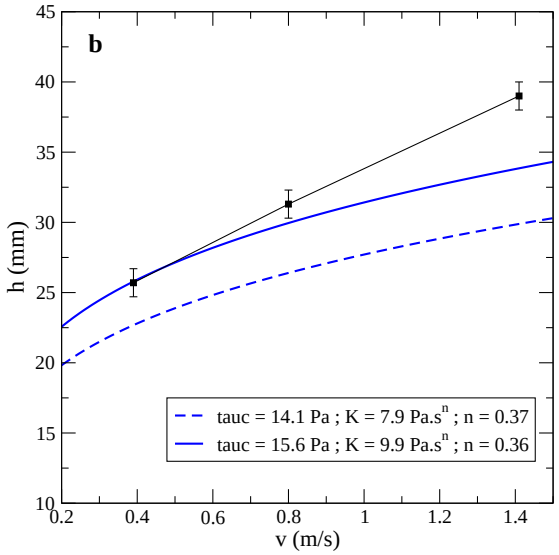


FIG. 10 – Point de données : évolution de l'épaisseur h de l'écoulement dans la zone uniforme en fonction de la vitesse du tapis v. Courbes : relations théoriques entre vitesse moyenne et épaisseur en régime permanent uniforme, calculées à partir de l'équation (2). Les deux courbes figurent l'enveloppe associée à la marge d'incertitude sur les paramètres rhéologiques du fluide (indiqués en légende) (**a**) Cas d'une pente à 7.5°. (**b**) Cas d'une pente à 15°.

3.4 Forme du front

Nous nous sommes également intéressés à la forme du front des coulées, en tentant de la comparer à des prédictions théoriques fondées sur les équations de Saint-Venant. Un description détaillée du modèle que nous avons développé figure dans l'Annexe B. Les équations de Saint-Venant constituent un système dynamique couplé régissant l'évolution de la hauteur h et de la vitesse moyennée dans l'épaisseur $\bar{u}$ d'un écoulement à surface libre dans l'approximation d'ondes longues ($\partial_x h \ll 1$) :

$$\partial_t h + \partial_x(\bar{u}h) = 0, \tag{3}$$

$$\partial_t \bar{u} + \bar{u}\partial_x \bar{u} = g\sin\theta - g\cos\theta\,\partial_x h - \frac{\tau_b(\bar{u},h)}{\rho h}, \tag{4}$$

où t est le temps, x la coordonnée longitudinale et τ_b la contrainte cisaillante au fond de l'écoulement. L'expression de τ_b en fonction des variables dynamiques $\bar{u}$ et h dépend de la rhéologie du fluide. Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley, τ_b est donnée comme la solution d'une équation transcendante et doit être calculée numériquement (voir Annexe B).

Les équations de Saint-Venant admettent des solutions de type ondes progressives $h(x,t) = H(x - v_f t)$, $\bar{u} = U(x - v_f t)$, où v_f est la vitesse du front. Pour de telles solutions, l'équation (3) fournit $U = \text{cste} = v_f$, alors que (4) permet d'obtenir une équation différentielle du premier ordre pour la forme de la surface libre H :

$$\cot\theta\, H' = 1 - \frac{\tau_b(v_f,H)}{\rho g H \sin\theta}. \tag{5}$$

Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley, l'équation (5) doit être intégrée numériquement. En accord avec nos résultats expérimentaux, on constate que les solutions présentent un front très raide derrière lequel la surface libre s'aplanit progressivement (voir Annexe B). On peut également montrer que le modèle prédit que l'épaisseur de la coulée tend asymptotiquement vers l'épaisseur normale H_N correspondant à la vitesse moyenne v_f.

La Figure 11 présente des comparaisons entre la forme des coulées dans nos expériences et les prédictions théoriques obtenues par intégration de (5) en prenant v_f égale à la vitesse du tapis. Les paramètres rhéologiques utilisés pour le calcul des profils théoriques ont été déterminés indépendamment au rhéomètre. Pour les deux pentes étudiées, on constate que l'accord entre les profils expérimentaux et théoriques est très bon, y compris au voisinage immédiat du front[3]. On remarque également que cet accord est aussi bon lorsqu'on s'intéresse aux profils bruts (Figure 11a) qu'aux profils adimensionnalisés par H_N (Figure 11b). L'utilisation des coordonnées adimensionnalisées permet de réduire l'enveloppe des profils théoriques associée à l'incertitude sur les paramètres rhéologiques du fluide. En effet, comme nous l'expliquons dans l'Annexe B, les profils théoriques adimensionnalisés sont paramétrés uniquement par $p = (h - h_0)/h$ (épaisseur du plug dans le profil des vitesses) et n, paramètres sur lesquels la marge d'incertitude est relativement faible.

[3]Il faut toutefois souligner que la résolution des données présentées ici ne permet pas de distinguer la petite zone ré-entrante à la base du front (voir Figure 9). L'existence de cette zone n'est pas prédite par notre modèle.

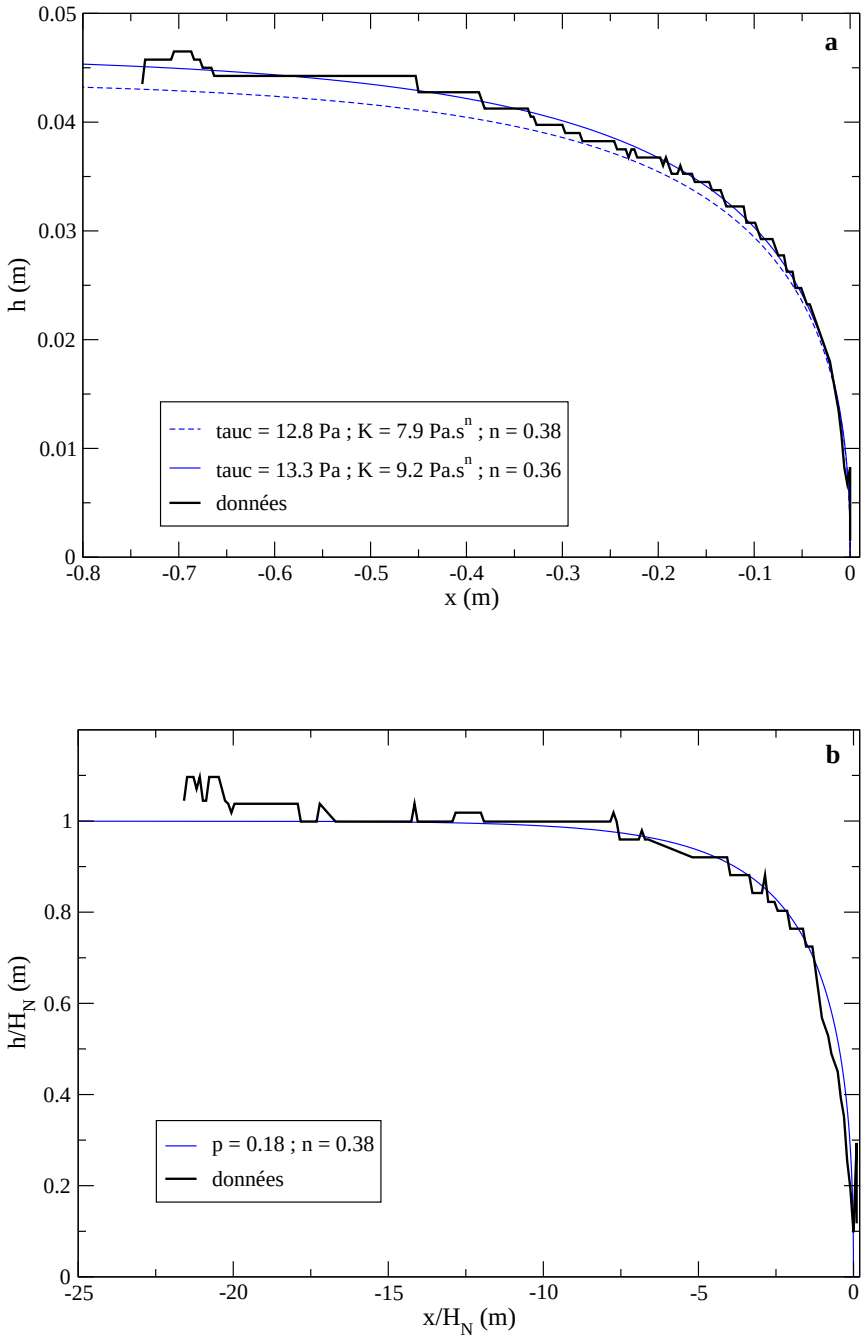


FIG. 11 – Comparaison entre la forme du front observée dans nos expériences (extraite par traitement d'images) et les prédictions théoriques calculées par intégration numérique de (5). (**a**) Cas d'un pente à 7.5° : évolution de l'épaisseur h en fonction de la distance au front x. Les deux profils théoriques figurent l'enveloppe associée à la marge d'incertitude sur les paramètres rhéologiques du fluide (indiqués en légende). (**b**) Cas d'une pente à 15° : évolution de l'épaisseur adimensionnalisée h/H_N en fonction de la distance au front x/H_N.

Le bon accord entre forme du front expérimentale et profils théoriques constitue une validation supplémentaire de notre dispositif. On peut en conclure que la forme des coulées observées dans notre canal (si l'on exclue la zone influencée par la paroi amont) est la même que celle que l'on observerait dans un canal classique, pour peu évidemment que les conditions aux limites dans un tel canal permettent l'obtention d'écoulements de type ondes progressives. En outre, d'un point de vue plus fondamental, cet accord souligne la pertinence de modélisations de type Saint-Venant jusque dans un très proche voisinage du front. Ce résultat n'est pas trivial puisque l'approximation d'ondes longues n'est a priori plus vérifiée près du front. Signalons cependant que des résultats préliminaires semblent indiquer que, pour des pentes plus fortes que celles présentées sur la Figure 11, les fronts observés expérimentalement tendent à s'écarter des prédictions théoriques. En l'état actuel, nous ne pouvons donc pousser plus avant nos conclusions.

Afin de compléter les résultats précédents, nous prévoyons de mener une campagne expérimentale complète visant à déterminer précisément l'extension du domaine de validité des solutions de Saint-Venant au voisinage du front. Nous prévoyons aussi de raffiner le modèle présenté pour prendre en compte, en particulier, des termes d'accélération verticale qui deviennent vraisemblablement sensibles au niveau du front [*Iverson*, 2005]. Enfin, il serait également satisfaisant de pouvoir reproduire la zone ré-entrante qui est fréquemment observée au voisinage de la ligne de contact avec le tapis (Figure 9). De telles zones de type *cusp* sont décrites relativement classiquement avec des fluides visqueux dès que les effets de tension de surface peuvent être considérés comme négligeables[4] [*Marino et al.*, 1997] mais, à notre connaissance, leur origine n'est pas véritablement comprise.

4 Perspectives

Les résultats présentés dans la partie 3 montrent que le dispositif que nous avons mis en place répond à son objectif initial, à savoir la création de coulées gravitaires stationnaires dans le référentiel du laboratoire. Malgré certaines améliorations qu'il conviendra encore de lui apporter, nous disposons donc à présent d'un dispositif opérationnel qui va nous permettre d'étudier finement le rôle du front granulaire des laves torrentielles. Plus spécifiquement, les questions que nous allons maintenant aborder sont les suivantes :

- Quels sont les effets de ségrégation et de migration dynamiques aboutissant, à partir d'un mélange homogène fluide – grains, à la formation du front granulaire ?
- Quelle est l'influence du front sur les caractéristiques effectives de l'écoulement des coulées (vitesse, hauteur) ?
- Le front peut-il être à l'origine d'instabilités de l'écoulement ? En particulier, peut-on lui attribuer le caractère fortement instationnaire (en bouffées) des laves torrentielles ?

[4] Ce qui est le cas dans nos expériences. En effet, on peut estimer un nombre capillaire $C_a = (\mu_{\text{app}}\, v_f)/s \approx 10 \gg 1$, où $\mu_{\text{app}} \approx 1$ Pa.s est une mesure de la viscosité apparente du fluide, $v_f \approx 1$ m.s^{-1} est la vitesse du front et $s \approx 0.07$ N.m^{-1} est la tension de surface (considérée égale à celle de l'eau d'après *Manglik et al.* [2001]).

Outre l'intérêt fondamental, l'étude de ces questions ouvre également des perspectives fortes en termes d'applications à l'ingénierie. En effet, elle devrait permettre de lever un des verrous principaux entravant actuellement la modélisation des laves torrentielles au cours de la phase de propagation.

Par ailleurs, et même si elles ne concernent pas directement la problématique du front granulaire, les expériences conduites avec un fluide homogène méritent également d'être poursuivies. D'une part, comme nous l'avons souligné dans la partie 3.4, un certain nombre de problèmes fondamentaux subsistent quant à la forme des fronts viscoplastiques, aux champs de vitesse au voisinage de ces fronts, ou à la pertinence de modélisations de type Saint-Venant pour les représenter. D'autre part, le seuil d'apparition des instabilités de surface libre dans des écoulements viscoplastiques reste un problème largement ouvert [*Coussot*, 1994; *Balmforth et Liu*, 2004]. Le dispositif que nous avons mis en place offre la possibilité de s'intéresser en détail à ces questions.

Toutes ces perspectives font l'objet d'une thèse qui a débuté en octobre 2006 (doctorante : Assia Ghemmour). Cette thèse est financée par le Cemagref et s'effectue en co-encadrement Cemagref – Laboratoire de Rhéologie de Grenoble.

Annexes

A Écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley en régime permanent et uniforme sur un plan incliné

En régime permanent et uniforme, l'épaisseur de l'écoulement est constante $h = H_N$ (voir Figure 12). Si l'on considère de plus que l'écoulement est bidimensionnel (*ie* invariant par translation selon l'axe z), alors le profil de vitesse dans l'écoulement est purement *rectilinéaire*, *ie* la vitesse $\boldsymbol{u}$ est colinéaire à l'axe x et ne dépend que de y : $\boldsymbol{u} = u(y)\boldsymbol{e_x}$. Les équations de la dynamique du fluide se réduisent dans ce cas à :

– évolution hydrostatique de la pression p :

$$p = \rho g \cos\theta \, (H_N - y), \tag{6}$$

avec ρ la densité du fluide.

– équilibre entre la contrainte cisaillante σ_{xy} et la composante selon x de la gravité :

$$\sigma_{xy} = \rho g \sin\theta \, (H_N - y). \tag{7}$$

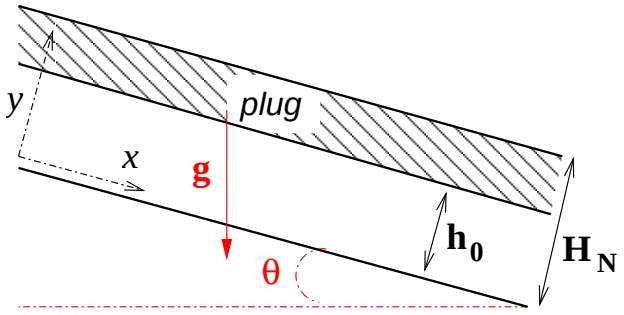


FIG. 12 – Notations utilisées dans le texte.

La contrainte σ_{xy} est reliée au gradient de vitesse local du/dy par le biais de la loi constitutive de Herschel-Bulkley :

$$\begin{cases} du/dy = & 0 & \text{si } \sigma_{xy} < \tau_c, \\ \sigma_{xy} = & \tau_c + K(du/dy)^n & \text{si } \sigma_{xy} > \tau_c, \end{cases} \tag{8}$$

où τ_c représente la contrainte-seuil, K la consistance et n l'exposant du fluide considéré. En injectant cette loi rhéologique dans l'équation d'équilibre (7) on obtient, après intégration suivant y, le profil de vitesse de l'écoulement :

$$\begin{cases} u(y) = & \frac{n}{n+1}\left(\frac{\rho g \sin\theta}{K}\right)^{1/n} h_0^{(n+1)/n}\left[1 - \left(1 - \frac{y}{h_0}\right)^{(n+1)/n}\right] & \text{si } y < h_0, \\ u(y) = & \frac{n}{n+1}\left(\frac{\rho g \sin\theta}{K}\right)^{1/n} h_0^{(n+1)/n} & \text{si } y \geq h_0, \end{cases} \tag{9}$$

avec $h_0 = H_N - \tau_c/(\rho g \sin\theta)$. La Figure 13 présente l'allure d'un tel profil. On note en particulier que, du fait de l'existence de la contrainte-seuil τ_c, l'écoulement présente une zone bouchon non-cisaillée (ou *plug*) pour $y \geq h_0$.

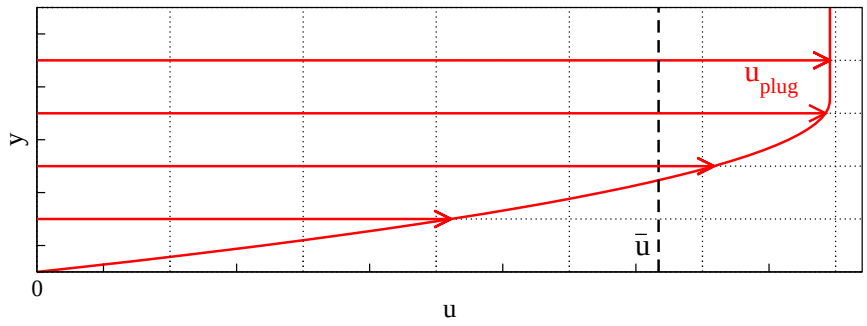


FIG. 13 – Allure qualitative du profil des vitesses d'un fluide de Herschel-Bulkley en écoulement permanent et uniforme sur un plan incliné.

La vitesse moyenne de l'écoulement $\bar{u}$ se calcule par intégration du profil vertical de vitesse :

$$\bar{u} \equiv \frac{1}{H_N} \int_0^{H_N} u(y)\, dy,$$

c'est-à-dire :

$$\bar{u} = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin\theta}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - \frac{n}{2n+1} \frac{h_0}{H_N} \right) {h_0}^{\frac{n+1}{n}}. \tag{10}$$

On vérifie notamment que, dans le cas d'un fluide newtonien ($\tau_c = 0$ et $n = 1$), on retrouve bien la relation classique de Poiseuille :

$$\bar{u} = \frac{\rho g \sin\theta}{3K} {H_N}^2. \tag{11}$$

B Modélisation de la forme du front

B.1 Principe

Nous proposons une modélisation très simple de la forme du front fondée sur les équations de Saint-Venant bidimensionnelles [*Vreugdenhill*, 1994]. Les équations de Saint-Venant sont des équations de couche mince (*shallow water*). Elles se déduisent des équations fondamentales de l'hydrodynamique (Navier-Stokes) dans le cadre des approximations suivantes (voir notations sur la Figure 14) [*Iverson*, 2005; *Ancey*, 2006] :

- approximation d'ondes longues : $\partial_x h \ll 1$. Cette approximation implique notamment de négliger les termes d'accélération verticale du fluide, ainsi que tous les gradients de contraintes visqueuses autres que $\partial_y \sigma_{xy}$. Une conséquence importante de cette approximation est que la pression au sein de la couche de fluide est partout localement hydrostatique : $p = \rho g h \cos\theta \ (h - y)$.
- non-prise en compte des effets d'advection différentielle de quantité de mouvement dus à la non-uniformité du profil vertical de vitesse, *ie* approximation $\overline{u^2} = \bar{u}^2$.

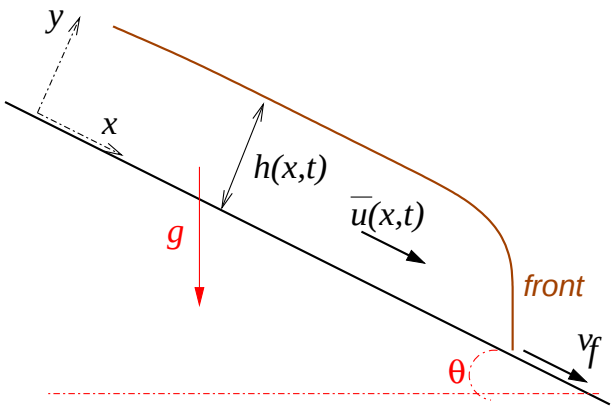


FIG. 14 – Notations utilisées pour le modèle présenté. Dans le texte, les termes *horizontal* et *vertical* font référence, respectivement, aux composantes selon x et y des différentes quantités vectorielles considérées.

Dans la littérature, de nombreux modèles fondés sur les équations de Saint-Venant ou des variantes ont été mis en œuvre afin de représenter des situations d'écoulements à surface libre diverses pour des fluides de rhéologies variées. De tels modèles ont ainsi été étudiés dans le cadre de problèmes de rupture de barrage [*Whitham*, 1955; *Hogg et Pritchard*, 2004; *Chanson et al.*, 2006], d'écoulements auto-similaires [*Gratton et Vigo*, 1994; *Hogg et Pritchard*, 2004] ou d'écoulements rampants (approximation de lubrification) [*Coussot et Proust*, 1996; *Balmforth et al.*, 2002; *Dragoni et al.*, 2005; *Balmforth et al.*, 2006]. Ils ont été appliqués aussi bien à des écoulements turbulents [*Ancey et al.*, 2006] qu'à des écoulements laminaires de fluides newtoniens [*Hunt*, 1994] ou non-newtoniens [*Savage et Hutter*, 1989; *Huang et Garcia*, 1998; *Balmforth et Craster*, 1999; *Perazzo et Gratton*, 2004, 2005]. Le modèle que nous proposons ci-dessous est à rapprocher des analyses de

Dragoni et al. [2005] ou de *Perazzo et Gratton* [2005], à la différence que nous les étendons au cas d'un fluide de Herschel-Bulkley et que nous ne nous plaçons pas explicitement dans le cadre de l'approximation de lubrification.

B.2 Équations de base

À deux dimensions, les équations de Saint-Venant sont constituées par un couple d'équations différentielles hyperboliques régissant l'évolution de l'épaisseur h et de la vitesse horizontale moyenne $\bar{u} = (1/h)\int_0^h u\, dy$ de l'écoulement (voir Figure 14) :

$$\partial_t h + \partial_x(\bar{u}h) = 0, \tag{12}$$

$$\partial_t \bar{u} + \bar{u}\partial_x \bar{u} = g\sin\theta - g\cos\theta\,\partial_x h - \frac{\tau_b}{\rho h}, \tag{13}$$

où $\tau_b = \sigma_{xy}(y=0)$ représente la contrainte cisaillante sur le fond. L'équation (12) exprime la conservation de la masse de fluide. L'équation (13) exprime la conservation de la quantité de mouvement, c'est à dire l'équilibre entre inertie du fluide, composante horizontale de la gravité, gradient de pression horizontal et contrainte cisaillante.

Afin de fermer le système d'équations ci-dessus, l'expression de τ_b doit être prescrite. Pour ce faire, on utilise la relation entre vitesse moyenne $\bar{u}$ et hauteur H_N établie en régime permanent et uniforme (voir Annexe A). En effet, les équations de Saint-Venant doivent être à même de fournir cette solution de régime permanent uniforme dans le cas où $\partial_x = 0$ et $\partial_t = 0$. Pour un fluide de Herschel-Bulkley, on déduit de (10) la relation suivante entre τ_b et les variables dynamiques $\bar{u}$ et h [*Coussot*, 1994; *Pastor et al.*, 2004] :

$$\frac{n}{n+1}\left(\frac{\tau_b}{K}\right)^{1/n}\left(\frac{n+1}{2n+1}+\frac{n}{2n+1}\frac{\tau_c}{\tau_b}\right)\left(1-\frac{\tau_c}{\tau_b}\right)^{(n+1)/n} = \frac{\bar{u}}{h}. \tag{14}$$

Dans le cas général, $\tau_b(\bar{u}, h)$ est donc donné comme la solution d'une équation transcendante, laquelle ne peut être déterminée que numériquement. Dans le cas particulier d'un fluide en loi puissance ($\tau_c = 0$), l'équation (14) se réduit simplement à :

$$\tau_b(\bar{u}, h) = \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n K\left(\frac{\bar{u}}{h}\right)^n. \tag{15}$$

Pour un fluide newtonien ($\tau_c = 0$ et $n = 1$), on retrouve bien l'expression classique [*Hunt*, 1994] :

$$\tau_b(\bar{u}, h) = 3K\frac{\bar{u}}{h}. \tag{16}$$

B.3 Solutions ondes progressives

Les coulées stationnaires observées dans notre dispositif (voir 3.2) correspondent, sur fond fixe, à des écoulements de type ondes stationnaires de la forme $h(x,t) = H(\xi =$

$x - v_f t)$, $\bar{u} = U(\xi = x - v_f t)$, où v_f est la vitesse de propagation du front (constante). On recherche donc des solutions de ce type aux équations de Saint-Venant. L'équation (12) devient alors :

$$\partial_t h + \partial_x(\bar{u}h) = -v_f \frac{dH}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}(HU) = \frac{d}{d\xi}[(U - v_f)H] = 0.$$

On en déduit $(U - v_f)H = \text{cste} = 0$, puisque H = 0 au front. Ainsi, dans le cas d'une solution non-triviale, on a nécessairement $U = v_f$: la vitesse moyenne de l'écoulement est constante et égale à la vitesse de propagation du front.

L'équation (13) devient quant à elle :

$$\partial_t \bar{u} + \bar{u}\partial_x \bar{u} = \frac{d}{d\xi}[(U - v_f)U] = 0 \tag{17}$$

$$= g\sin\theta - g\cos\theta \frac{dH}{d\xi} - \frac{\tau_b(v_f, H)}{\rho H}, \tag{18}$$

où l'on a exploité l'égalité $U = v_f$ établie précédemment. Il est intéressant de constater que cette égalité conduit *de facto* à l'annulation des termes d'inertie. On aboutit ainsi à la même équation que dans une approximation de lubrification [p. ex., *Dragoni et al.*, 2005], mais sans que nous ne nous soyons placés explicitement dans ce cadre. L'équation (18) peut être récrite sous la forme :

$$\cot\theta \frac{dH}{d\xi} = 1 - \frac{\tau_b(v_f, H)}{\rho g H \sin\theta}. \tag{19}$$

Il s'agit d'une équation différentielle non-linéaire du premier ordre pour la forme du front $H(\xi)$. Comme précédemment, la contrainte $\tau_b(v_f, H)$ est donnée par la solution de l'équation (14).

B.4 Comportements asymptotiques

Au voisinage du front, le taux de cisaillement devient grand. On peut donc supposer que l'effet de la contrainte-seuil sur l'écoulement devient négligeable. En d'autres termes, la loi de comportement de Herschel-Bulkley doit pouvoir être approximée par une simple loi puissance, et l'équation (14) se réduit donc à (15). On obtient donc pour (19) la forme approchée suivante au voisinage du front :

$$\cot\theta \frac{dH}{d\xi} = 1 - \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n K \frac{{v_f}^n}{\rho g H^{n+1}\sin\theta}.$$

Comme de plus $H \to 0$ au front, on peut écrire $dH/d\xi \propto -1/H^{n+1}$. Par intégration, on en déduit donc

$$H \propto (-\xi)^{1/(n+2)} \qquad (\xi \leq 0) \tag{20}$$

au front. Ainsi, l'épaisseur de fluide décroît comme une loi puissance dont l'exposant est inférieur à 1. Cet exposant est d'autant plus petit que $n \leq 1$ est proche de 1. Comme tous les modèles de type Saint-Venant incluant une dissipation visqueuse [p. ex., *Whitham*, 1955; *Hogg et Pritchard*, 2004], notre modèle prédit donc un front singulier (vertical). Il convient toutefois de souligner qu'une telle prédiction est en contradiction avec l'hypothèse d'ondes longues ($\partial_x h \ll 1$) qui sous-tend les équations de Saint-Venant. En d'autres termes, il faut s'attendre à ce que notre modèle perde sa validité très près du front.

Loin du front, à l'inverse, on s'attend à ce que la surface libre s'aplanisse, *ie* $dH/d\xi \to 0$. D'après (19), l'épaisseur dans cette zone uniforme est donc donnée par :

$$\tau_b(v_f, H) = \rho g H \sin\theta. \tag{21}$$

Par définition, cette épaisseur dans la zone uniforme est donc égale à l'épaisseur normale H_N observée en régime permanent uniforme pour une vitesse moyenne v_f. En d'autres termes, l'écoulement à l'arrière du front peut donc être considéré comme étant en régime permanent et uniforme.

B.5 Adimensionnalisation des équations

Il est intéressant d'introduire dans les équations (19) et (14) pour la forme du front l'épaisseur normale H_N correspondant à la vitesse moyenne v_f. En effet, cette épaisseur H_N est solution de l'équation (voir Annexe A) :

$$\frac{v_f}{H_N} = \frac{n}{n+1}\left(\frac{\rho g H_N \sin\theta}{K}\right)^{1/n}\left(\frac{n+1}{2n+1} + \frac{n}{2n+1}\frac{\tau_c}{\rho g H_N \sin\theta}\right)\left(1 - \frac{\tau_c}{\rho g H_N \sin\theta}\right)^{(n+1)/n},$$

ce qui permet de récrire (14) de la sorte :

$$\left(\frac{\tau_b}{\rho g H_N \sin\theta}\right)^{1/n}\left(n+1+n\frac{\tau_c}{\tau_b}\right)\left(1-\frac{\tau_c}{\tau_b}\right)^{(n+1)/n} = \frac{H_N}{H}\,(n+1+np)\,(1-p)^{(n+1)/n},$$

où l'on a défini $p = \tau_c/(\rho g H_N \sin\theta)$. En introduisant (19), on aboutit ainsi à l'équation différentielle suivante pour la forme du front :

$$[(n+1)H^\star G^\star + np]\;[H^\star G^\star - p]^{(n+1)/n} = H^\star G^{\star 2}\,(n+1+np)\,(1-p)^{(n+1)/n}, \tag{22}$$

avec $G^\star = 1 - \cot\theta\;(dH^\star/d\xi^\star)$. On a défini les variables adimensionnalisées suivantes : $H^\star = H/H_N$ et $\xi^\star = \xi/H_N$. Dans le cas particulier du fluide newtonien ($p = 0$ et $n = 1$), l'équation (22) se simplifie notablement :

$$\cot\theta\,\frac{dH^\star}{d\xi^\star} = 1 - \frac{1}{H^{\star 2}}. \tag{23}$$

On constate que cette dernière équation est indépendante à la fois de la viscosité du fluide et de la vitesse du front v_f. Ainsi, pour un fluide newtonien, la forme du front en coordonnées

adimensionnalisées $H^\star(\xi^\star)$ ne dépend donc que de la pente θ. Cette conclusion n'est pas valable dans le cas général du fluide de Herschel-Bulkley, mais on constate néanmoins que, dans ce cas, la forme adimensionnalisée du front ne dépend que de deux paramètres "réduits" n et p [voir équation (22)].

B.6 Intégration des équations

Dans le cas d'un fluide newtonien, l'équation (23) peut être intégrée analytiquement :

$$\cot\theta \int_0^{H^\star} \frac{u^2}{u^2-1}\, du = \int_0^{\xi^\star} dx$$

pour un front positionné en $\xi^\star = 0$, soit [*Dragoni et al.*, 2005]

$$\xi^\star = \cot\theta\ (H^\star - \operatorname{argth}\ H^\star). \tag{24}$$

Dans le cas général, en revanche, l'équation (22) doit être intégrée numériquement. Pour ce faire, nous avons développé sous Mathematica une procédure qui réalise les opérations suivante :

- Détermination numérique (par une méthode de Newton) de la valeur de $G^\star$ solution de l'équation (22) pour différentes valeurs de $H^\star$:

$$G^\star = f_{p,n}^{\text{num}}(H^\star) \ \Rightarrow\ \cot\theta\, \frac{dH^\star}{d\xi^\star} = 1 - f_{p,n}^{\text{num}}(H^\star).$$

- Intégration numérique (par interpolation polynomiale) de la fonction $1/(1-f_{p,n}^{\text{num}})$:

$$\xi^\star = \cot\theta \int_0^{H^\star} \frac{du}{1-f_{p,n}^{\text{num}}(u)}. \tag{25}$$

Comme dans le cas newtonien, on obtient ainsi l'évolution de $\xi^\star$ en fonction de $H^\star$, c'est-à-dire la forme de la surface libre.

La Figure 15 présente des exemples de fronts calculés à partir de l'équation (22) en utilisant la procédure décrite ci-dessus. On peut observer le cas d'un fluide newtonien ($n = 1$) et de deux fluides de Herschel-Bulkley ($n = 0.4$). Conformément à la prédiction asymptotique (20), on remarque que le front est plus raide dans le cas newtonien que dans le cas où $n = 0.4$. On note également que le paramètre p présente une influence relativement minime sur la forme du front (du moins dans la gamme de variation usuellement observée dans nos expériences).

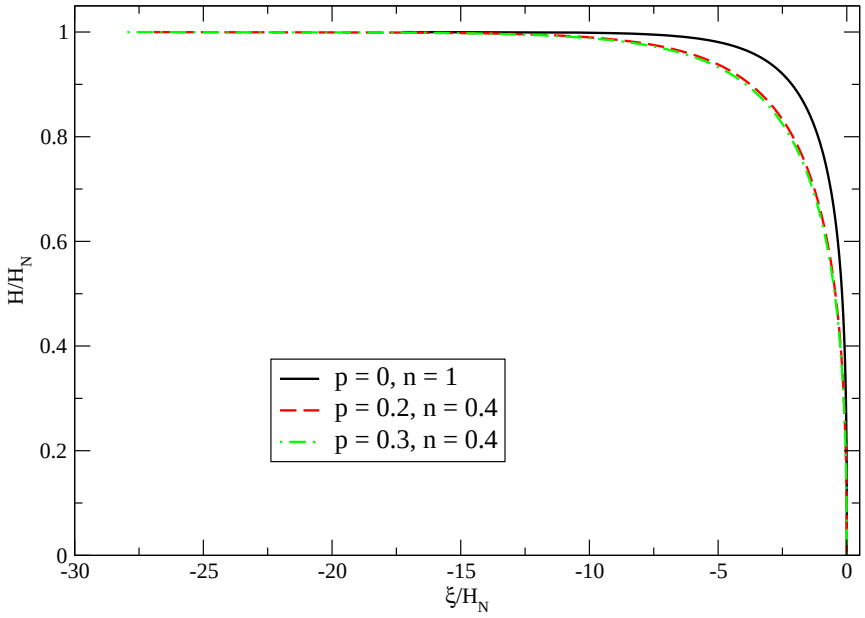


FIG. 15 – Exemples de fronts calculés par intégration numérique de l'équation (22), pour trois jeux de paramètres n et p différents.

C Rapport de stage de M2R de Ahmed S. Ould Mohamed

Le rapport en question, intitulé "*Modélisation des laves torrentielles boueuses : Développement d'un nouveau dispositif expérimental et utilisation d'un fluide à seuil modèle (Carbopol)*", est joint à ce rapport scientifique.

D Participants au projet

Cemagref :

A. Ould Mohamed (stagiaire M2R)
F. Ousset
H. Bellot
D. Laigle
M. Naaim

Laboratoire de Rhéologie :

A. Magnin
L. Jossic

E Valorisation des résultats

Communication à des congrès

G. Chambon, A. S. Ould Mohamed, D. Laigle, A. Magnin, L. Jossic. Formation and influence of granular fronts in debris flows : an experimental approach, *poster présenté lors de l'European Geophysical Union General Assembly*, Vienne, avril 2006.

G. Chambon, A. S. Ould Mohamed, D. Laigle, A. Magnin. Experimental study of debris flow front dynamics, *communication orale présentée lors de l'American Geophysical Union Fall Meeting*, San Francisco, décembre 2006.

Un article en préparation pour le *Congrès Français de Mécanique 2007*.

Autres

A. S. Ould Mohamed. Modélisation des laves torrentielles boueuses : Développement d'un nouveau dispositif expérimental et utilisation d'un fluide à seuil modèle (Carbopol), *rapport de stage de M2R effectué au sein de l'unité ETNA du Cemagref sous la direction de G. Chambon*, 2006

Références citées dans le texte

Ancey, C., Plasticity and geophysical flows : A review, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, in press, 2006.

Ancey, C., et H. Jorrot, Yield stress for particle suspensions within a clay dispersion, *J. Rheol.*, *45*, 297–319, 2001.

Ancey, C., S. Cochard, S. Wiederseiner, et M. Rentschler, Front dynamics of supercritical non-Boussinesq gravity currents, *Water Resour. Res.*, *42*, W08424, doi :10.1029/2005WR004593, 2006.

Balmforth, N. J., et R. V. Craster, A consistent thin-layer theory for Bingham plastics, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, *84*, 65–81, 1999.

Balmforth, N. J., et J. J. Liu, Roll waves in mud, *J. Fluid Mech.*, *519*, 33–54, 2004.

Balmforth, N. J., R. V. Craster, et R. Sassi, Shallow viscoplastic flow on an inclined plane, *J. Fluid Mech.*, *470*, 1–29, 2002.

Balmforth, N. J., R. V. Craster, A. C. Rust, et R. Sassi, Viscoplastic flow over an inclined surface, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, *139*(1-2), 103–127, 2006.

Bardou, E., Méthodologie de diagnostic des laves torrentielles sur un bassin versant alpin, Thèse de Doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.

Chanson, H., S. Jarny, et P. Coussot, Dam break wave of thixotropic fluid, *J. Hydraul. Eng.*, *132*(3), 280–293, 2006.

Coussot, P., Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel, *J. Hydraul. Res.*, *32*(4), 535–559, 1994.

Coussot, P., et S. Proust, Slow, unconfined spreading of a mudflow, *J. Geophys. Res.*, *101*(B11), 25,217–25,229, 1996.

Davies, T. R. H., Debris flow surges - A laboratory investigation, *Mitt. des Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie une Glaziologie*, *96*, 1–122, 1988.

Dragoni, M., I. Borsari, et A. Tallarico, A model for the shape of lava flow fronts, *J. Geophys. Res.*, *110*, B09203, 2005.

Gratton, J., et C. Vigo, Self-similar gravity currents with variable inflow revisited : plane currents., *J. Fluid Mech.*, *258*, 77–104, 1994.

Hogg, A. J., et D. Pritchard, The effect of hydraulic resistance on dam-break and other shallow inertial flows, *J. Fluid Mech.*, *501*, 179–212, 2004.

Huang, X., et M. H. Garcia, A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope, *J. Fluid Mech.*, *374*, 305–333, 1998.

Huebl, J., et H. Steinwendtner, Estimation of rheological properties of viscous debris flow using a belt conveyor, *Phys. Chem. Earth B*, *25*(9), 751–755, 2000.

Hunt, B., Newtonian fluid mechanics treatment of debris flows and avalanches, *J. Hydraul. Eng.*, *120*(12), 1350–1363, 1994.

Iverson, R. M., The physics of debris flows, *Rev. Geophys.*, *35*(3), 245–296, 1997.

Iverson, R. M., Debris-flow mechanics, in *Debris-flow hazards and related phenomena*, edité par M. Jakob et O. Hungr, pp. 105–134, Springer, Berlin Heidelberg, 2005.

Laigle, D., A.-F. Hector, J. Hübl, et D. Rickenmann, Comparison of numerical simulations of muddy debris flows spreading to records of real events, in *Proceedings of the Third International Conference on Debris-flow Hazards Mitigation : Mechanics, Prediction, and Assessment,Davos, Switzerland*, edité par D. Rickenmann et C. L. Chen, pp. 635–646, Millpress, 2003.

Manglik, R. M., V. M. Wasekar, et J. Zhang, Dynamic and equilibrium surface tension of aqueous surfactant and polymeric solutions, *Experimental Thermal and Fluid Science*, *25*(1-2), 55–64, 2001.

Marino, B. M., L. P. Thomas, et R. Gratton, Shape and size of the current head in creeping flows, *Phys. Rev. E*, *55*(4), 4296–4301, 1997.

Oppong, F. K., L. Rubatat, B. J. Frisken, A. E. Bailey, et J. R. de Bruyn, Microrheology and structure of a yield-stress polymer gel, *Phys. Rev. E*, *73*(4), 041405, 2006.

Pastor, M., M. Quecedo, E. Gonzalez, M. I. Herreros, J. A. Fernandez Merodo, et P. Mira, Simple approximation to bottom friction for Bingham fluid depth integrated models, *J. Hydraul. Eng.*, *130*(2), 149–155, 2004.

Perazzo, C. A., et J. Gratton, Steady and traveling flows of a power-law liquid over an incline, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, *118*(1), 57–64, 2004.

Perazzo, C. A., et J. Gratton, Exact solutions for two-dimensional steady flows of a power-law liquid on an incline, *Phys. Fluids*, *17*(1), 013102, 2005.

Robert, G. P., et H. A. Barnes, New measurements of the flow-curves for Carbopol dispersions without slip artefacts, *Rheol. Acta*, *40*, 499–503, 2001.

Savage, S. B., et K. Hutter, The motion of a finite mass of granular material down a rough incline, *J. Fluid Mech.*, *199*, 177–215, 1989.

Vreugdenhill, C. B., *Numerical Methods for Shallow-water Flow*, Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1994.

Whitham, G., The effects of hydraulic resistance in the dam-break problem, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences (1934-1990)*, *227*(1170), 399–407, 1955.